

Le bruit au crible des probabilités¹

Josselin Garnier²

Prisme N°25

Novembre 2012

¹ Ce texte est la retranscription de la présentation de Josselin Garnier lors du séminaire « Probabilismes ». La vidéo est disponible sur le site du Centre Cournot, www.centre-cournot.org.

² Josselin Garnier est professeur de mathématiques à l'Université Paris-VII, chercheur au Laboratoire de probabilités et modèles aléatoires et au Laboratoire Jacques-Louis-Lions et membre de l'Institut universitaire de France. Il a notamment reçu le Prix Blaise-Pascal de l'Académie des sciences en 2007 et le Prix Felix-Klein de la Société européenne des mathématiques en 2008.

Résumé

Il existe depuis longtemps des techniques d'imagerie utilisant des ondes pour sonder un milieu inconnu. Classiquement, ces techniques se décomposent en une phase d'acquisition de données et une phase de traitement des données. Des ondes sont émises par une source ou par un réseau de sources dans la phase d'acquisition, puis sont enregistrées par un réseau de récepteurs après propagation dans le milieu. La phase de traitement consiste à extraire l'information recherchée à propos du milieu sondé, contenue dans les données enregistrées par le réseau de récepteurs. Récemment, de nouvelles idées ont émergé à partir des observations obtenues dans des expériences de retournement temporel. Fondées sur ces observations, des méthodes d'imagerie inédites ont été proposées, exploitant les corrélations croisées des signaux enregistrés par des réseaux de capteurs. L'analyse mathématique a montré que la corrélation croisée des signaux enregistrés par deux capteurs passifs contenait essentiellement autant d'information sur le milieu que le signal que l'on aurait acquis, si un des capteurs était actif (émetteur) et l'autre était passif (récepteur). Le point important démontré par cette analyse est qu'il est possible d'utiliser des sources incontrôlées de bruit ambiant au lieu de sources contrôlées pour calculer les corrélations croisées et les exploiter à des fins d'imagerie. Cette possibilité a attiré l'attention des chercheurs, en mathématiques dans le domaine des probabilités, pour des raisons théoriques profondes car l'idée que l'on puisse utiliser le bruit remettait en cause la distinction habituelle signal-bruit, et en sismologie, pour des raisons pratiques évidentes dues à la rareté des sources (les séismes), et l'impossibilité de les contrôler. Cet exposé a pour but de décrire comment l'idée d'exploiter le bruit ambiant en imagerie a pris forme.

Ce texte porte sur les recherches que je mène depuis quelques années, essentiellement avec mon collaborateur George Papanicolaou de l'Université Stanford. Il propose un exposé différent des présentations habituelles de nos travaux devant un public de mathématiciens, auquel la preuve est apportée après que les méthodes et les résultats ont été présentés. Le fil de ce texte suit plutôt l'histoire qui nous a menés à étudier le bruit en vue d'applications en imagerie. Notre objectif était en effet de construire des images à partir de signaux considérés jusqu'alors comme des bruits purs, c'est-à-dire des signaux complètement inutilisables.

Le bruit correspond, selon une première définition, à des signaux aléatoires et non désirés, voire parasites, se superposant à des signaux utiles. Cette définition présuppose de distinguer le signal utile du non utile : tout le bruit se trouve rejeté dans la seconde catégorie. Nous avons toutefois compris en travaillant avec eux, que ce que les sismologues appelaient bruit et considéraient comme inutile, n'avait pas été étudié de manière attentive et conséquemment n'avait jamais pu être considéré comme utile. Ainsi, depuis près d'un siècle, les sismologues se débarrassent de signaux qui sont pourtant riches d'information . . .

Le cadre de cette histoire est celui de l'imagerie, dont le but est de produire des images d'un objet au sens large, le corps humain par exemple, comme dans l'imagerie médicale, ou la croûte terrestre, comme dans le cas de la sismologie. Son principe général consiste à utiliser des ondes pour sonder le milieu. Les ondes sont émises par une source ou un réseau de sources, elles se propagent dans le milieu et interagissent avec lui, et elles sont ensuite enregistrées par un réseau de capteurs. Ces enregistrements constituent l'ensemble des données qu'il s'agit ensuite de traiter pour extraire l'information recherchée (position, forme, caractéristiques d'un objet enfoui par exemple). Il existe des techniques d'imagerie par réflexion, en optique par exemple, où l'on éclaire l'objet et on photographie ce qu'il réfléchit, ou en échographie par ultrasons, où des ondes acoustiques sont réfléchies par les obstacles qu'elles rencontrent dans le corps humain. Il existe aussi des techniques d'imagerie par transmission, par exemple en radiographie par rayons X. L'apport classique des probabilités consiste à quantifier et à limiter au maximum l'impact du bruit. Pour les spécialistes de l'imagerie du point de vue probabiliste, l'essentiel est d'éliminer le bruit, d'augmenter le rapport signal sur bruit. Tel est l'objectif principal classique, le nôtre est très différent.

Plaçons-nous dans le cadre de la géophysique, dont le but est de produire des images de l'intérieur de la terre. La géophysique appliquée s'intéresse surtout aux couches supérieures de la croûte terrestre, pour rechercher des minerais ou des gisements de pétrole ou de gaz. La sismologie est une des disciplines de la géophysique. Elle étudie la propagation des ondes sismiques. En construisant la carte de la vitesse de propagation des ondes sismiques du sous-sol, elle permet d'en avoir une image car la vitesse de propagation est une caractéristique du milieu. La méthode classique de construction de telles cartes qui est utilisée depuis le XIX^e siècle consiste à exploiter les signaux que l'on enregistre sur des réseaux de sismomètres répartis à la surface du globe. Les ondes sismiques produites par des tremblements de terre sont les signaux que l'on cherche à enregistrer et à exploiter.

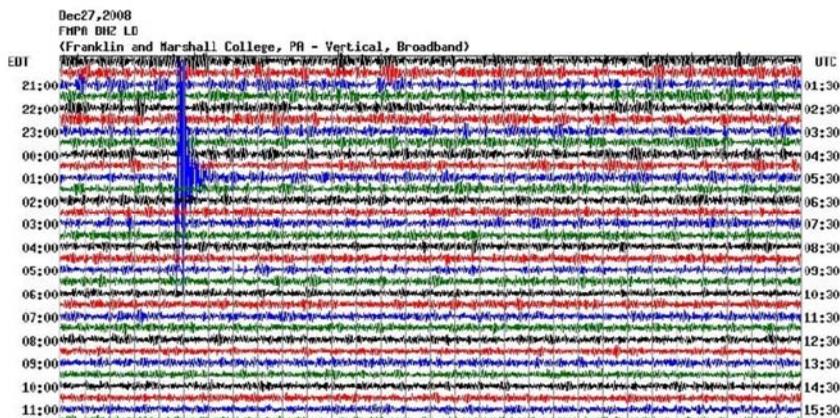


Figure 1 : Un sismogramme.

Dans ce sismogramme (Figure 1), des signaux ont été enregistrés pendant quatorze heures, chaque ligne correspondant à une demi-heure d'enregistrement. Essentiellement, il s'agit de bruit, de bruit et encore de bruit, mais à un certain moment, le passage d'une onde sismique produite par un tremblement de terre est enregistré. Les sismologues s'intéressent alors au petit morceau de l'enregistrement qui correspond au passage de l'onde sismique. La seule information retenue par les sismologues est en fait l'instant précis du passage de l'onde sismique à l'endroit du

sismomètre³. En recueillant les temps de passage de l'onde sismique sur un réseau de sismomètres, il est possible d'en déduire une estimation de la carte de la vitesse de propagation des ondes sismiques dans le sous-sol. Si l'on a bien repéré les positions des sismomètres et bien enregistré les temps de passage de l'onde sismique, on est en mesure d'estimer la vitesse de propagation des ondes par des règles de moindres carrés⁴.

Les sismologues ont aussi fréquemment recours à des approches bayésiennes. La Figure 2 présente leur principe de fonctionnement : un modèle *a priori* d'une carte de la vitesse de propagation des ondes sismiques dans le sous-sol est donné (on peut même imaginer un modèle *a priori* uniforme, car l'intuition première est que la vitesse des ondes est uniforme) ; un tremblement de terre se produit quelque part, on enregistre les temps de passage de l'onde sismique créée par ce tremblement de terre; enfin, à partir de ces temps de passage, selon qu'ils sont en adéquation ou en décalage par rapport aux prévisions du modèle *a priori*, on actualise le modèle prenant en compte ces temps de passage pour en déduire un modèle *a posteriori*. Voilà donc un résumé grossier de la sismologie classique.

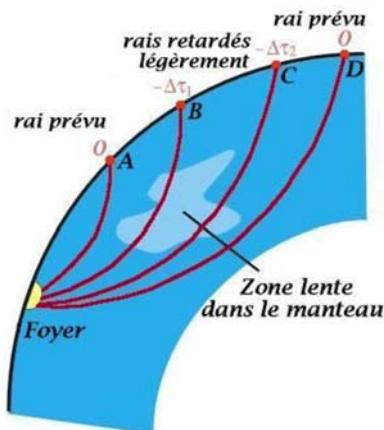


Figure 2 : Modèle de la sismologie classique.

³ En fait, les ondes sismiques sont des ondes élastiques et un tremblement de terre peut émettre plusieurs types d'ondes sismiques, qui se propagent à des vitesses différentes. Plusieurs temps de passage sont ainsi détectables, qui correspondent chacun à un type d'onde.

⁴ Il s'agit de règles un peu plus compliquées de tomographie de temps de trajet.

Elle donne lieu au type de cartes présentées dans la Figure 3, qui montrent les variations de la vitesse des ondes sismiques à grande échelle, à des échelles mondiales. Ces variations en profondeur sont ici représentées selon une ligne qui va de l'Europe au Japon. Ces cartes existent à grande échelle ou à échelle beaucoup plus réduite.

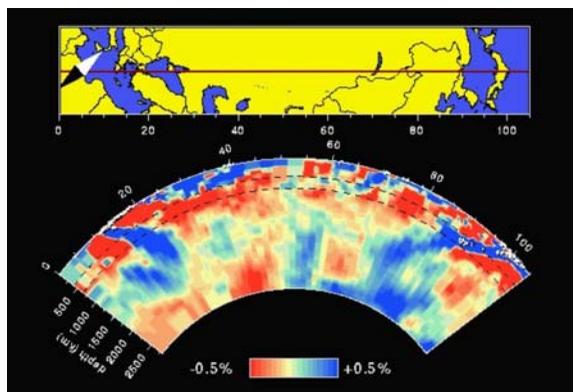


Figure 3 : Cartes des variations de la vitesse des ondes sismiques à grande échelle de L'Europe au Japon.

La sismique classique exploite donc l'information contenue dans les temps de passage des ondes sismiques. Elle a fonctionné ainsi pendant près d'un siècle. Cependant, dès les années 1950 (avec les travaux de Keiiti Aki [Aki et Chouet, 1975]), l'intérêt s'est aussi porté sur l'information contenue dans la *coda* (c'est-à-dire les petites oscillations qui suivent le front d'onde principal), le taux de décroissance donnant une information sur le taux de diffusion des ondes sismiques dans le milieu. Par extraction du coefficient d'atténuation, on obtient de l'information sur les propriétés du milieu. À partir des années 1980, on a cherché à exploiter la *coda*. Cependant, qu'il s'agisse de la tomographie de temps de passage ou de l'analyse de la *coda*, il faut attendre un tremblement de terre suffisamment puissant pour que l'on puisse enregistrer le passage d'une onde sismique. La chose est aisée dans certaines régions du globe, comme la Californie, elle l'est moins ailleurs, où les sources (les tremblements de terre) sont peu nombreuses et où il est plus difficile de faire de l'imagerie.

Cependant, comme on peut le voir sur le sismogramme de la Figure 1, en dehors du bref intervalle qui correspond au passage de l'onde sismique créée par un tremblement de terre, un bruit de fond sismique peut être observé. Je voudrais maintenant expliquer comment l'idée d'étudier et d'exploiter le bruit sismique est née. À ce stade, l'histoire emprunte une voie détournée dont l'origine se situe non loin de la rue Gazan, à l'École supérieure de physique et de chimie industrielles. Des physiciens, des acousticiens de l'institut Langevin ont développé pour des applications médicales une nouvelle technique appelée le « retournement temporel des ondes ultrasonores ».

Cette technique repose sur une propriété mathématique satisfaite par l'équation des ondes, l'invariance par retournement temporel⁵. Cela a donné à Mathias Fink l'idée d'une expérience originale. L'expérience du retournement temporel se fonde sur l'utilisation d'un appareil très spécial, appelé miroir à retournement temporel, qui consiste en une collection de transducteurs, c'est-à-dire de petits éléments qui ont deux modes de fonctionnement et qui peuvent être utilisés tantôt comme récepteurs, tantôt comme émetteurs. Dans une expérience de retournement temporel, on utilise ce miroir d'abord comme un réseau de récepteurs, puis comme un réseau d'émetteurs. Une expérience de retournement temporel se déroule comme suit (Figure 4) : une source enfouie dans le milieu émet une impulsion acoustique, l'impulsion se propage dans le milieu, qui peut être homogène ou non et l'on enregistre les signaux qui arrivent sur le miroir à retournement temporel (MRT sur la Figure 4). La première partie de l'expérience consiste donc en une phase d'acquisition : l'enregistrement de tous les signaux issus d'une source. On enregistre ces signaux dans la mémoire d'un ordinateur et on les retourne, ce qui a été enregistré d'abord passe derrière, ce qui a été enregistré à la fin passe devant. Enfin, le miroir sert de réseau d'émetteurs. Les signaux sont réémis, retournés temporellement.

L'idée de Fink est la suivante : puisque l'équation des ondes est invariante par retournement temporel, l'onde doit revivre sa vie à l'envers et focaliser au point-source original. Son objectif premier était de focaliser les ondes acoustiques sur un calcul rénal pour le détruire, même s'il y eut ensuite d'autres applications. Il a

⁵ Si une fonction est solution de l'équation des ondes, donc fonction du temps et de l'espace, cette même fonction avec le temps inversé est toujours solution de l'équation des ondes.

construit son miroir à retournement temporel et d'abord fait des essais dans une cuve d'eau, un milieu parfaitement homogène. En milieu homogène, Fink avait élaboré une théorie pour prédire quelle serait la tache focale, c'est-à-dire sur quel volume il allait pouvoir focaliser l'énergie acoustique.

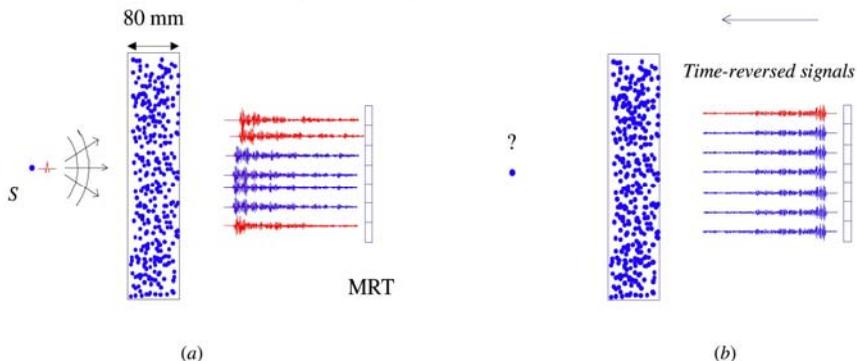


Figure 4 : Retournement temporel : principe de l'expérience (Tourin et al., 2000).

En faisant des expériences dans une cuve d'eau, il a constaté qu'il obtenait des résultats de focalisation conformes aux prédictions théoriques valables en milieu homogène. Avant de tenter la focalisation des ondes ultrasonores sur les calculs rénaux de patients réels, il a voulu expérimenter la technique dans des milieux hétérogènes afin de vérifier si l'énergie focalisait toujours aussi bien. Il a donc recommencé ses expériences en introduisant des inhomogénéités dans le milieu, en l'occurrence des tiges métalliques. Il a alors constaté que, en rajoutant de plus en plus de tiges métalliques, la focalisation devenait de plus en plus efficace. Plus le milieu était hétérogène, meilleure était la focalisation (Figure 5).

Cette expérience fut présentée à la fin des années 1990, dans le cadre d'un groupe de recherche du CNRS, comprenant quelques mathématiciens spécialistes de la propagation des ondes en milieu aléatoire, qui furent étonnés d'apprendre que, plus le milieu était hétérogène, mieux l'expérience marchait. Ces mathématiciens ont alors entamé des recherches pour clarifier le lien entre le signal refocalisé observé lors d'une expérience de retournement temporel et la fonction de Green, c'est-à-dire la solution fondamentale de l'équation des ondes. La fonction de Green est ce que

l'on mesure en un point récepteur (x) lorsque l'on émet une impulsion courte depuis un point source (y) lors d'une expérience de propagation directe (Figure 6).

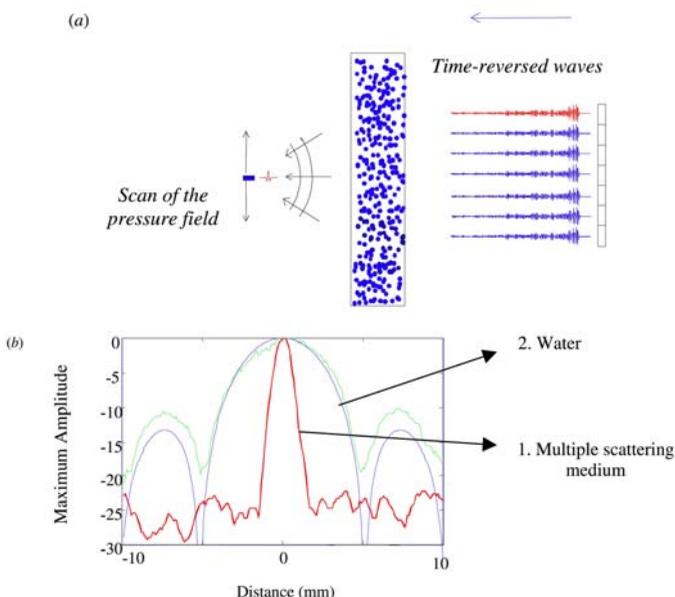


Figure 5 : Retournement temporel : refocalisation temporelle de l'onde à l'endroit de la source originelle (Tourin *et al.*, 2000).

Dans l'expérience de retournement temporel (Figure 7), une source en y émet une impulsion courte qui se propage, on enregistre sur le miroir à retournement temporel les signaux, on retourne temporellement les signaux enregistrés en mémoire, on réémet depuis le miroir les signaux retournés temporellement, et on enregistre en x le nouveau signal obtenu. Même si les expériences de propagation directe et de retournement temporel ont l'air très différentes, on observe une relation entre le signal refocalisé que l'on obtient en x lors de l'expérience de retournement temporel et le signal direct que l'on obtient en x quand on met un point source en y .

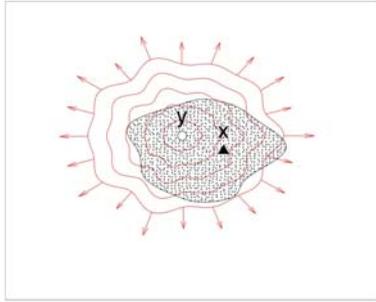


Figure 6 : Fonction de Green : signal mesuré en x lorsqu'une source émet un signal bref en y .

Il s'agit de deux expériences qui n'ont apparemment rien à voir et qui sont pourtant équivalentes - à une symétrisation près, car le signal refocalisé en x dans l'expérience de retournement temporel est en fait une version un peu distordue de la fonction de Green (la version causale et la version anticausale se superposent).

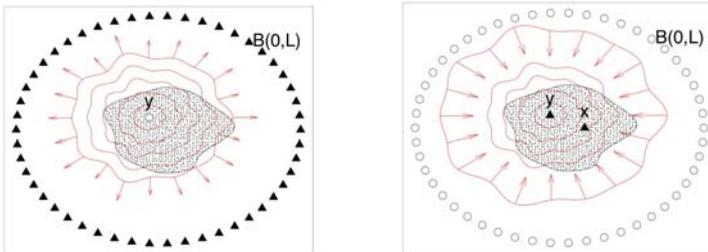


Figure 7 : Retournement temporel : depuis l'émission par y d'un signal bref jusqu'à la refocalisation de l'onde retournée temporellement.

Les chercheurs en mathématiques (G. Papanicolaou, moi-même et d'autres) ont travaillé sur ces problèmes depuis la fin des années 1990 jusqu'à 2005 environ afin de montrer pourquoi l'expérience marchait, et marchait mieux encore en milieu aléatoire (Fouque *et al.*, 2007). L'analyse mathématique du retournement temporel pour les ultrasons, c'est-à-dire l'étude de l'opérateur de retournement temporel, a conduit à découvrir que le désordre augmentait effectivement la capacité des ondes à

focaliser. Ces résultats ont été présentés au groupe de recherche du CNRS, qui regroupait des spécialistes très différents : des opticiens, des acousticiens, des mathématiciens, et aussi des sismologues. Ces derniers firent la remarque qu'il n'était pas concevable pour eux de construire un miroir à retournement temporel énorme destiné à renvoyer des ondes sismiques dans la croûte terrestre et ils posèrent la question de l'utilité de ces idées pour leur discipline.

La réponse est arrivée en 2005 : l'opérateur de retournement temporel a la même forme qu'un opérateur de corrélation croisée qui s'applique à des signaux aléatoires stationnaires (qui sont les signaux utilisés par les mathématiciens pour modéliser du bruit). Cette remarque n'a pas beaucoup d'intérêt en imagerie ultrasonore, mais elle en a beaucoup en sismologie car on dispose de quantités phénoménales de bruit dans cette discipline (les réseaux regroupant plusieurs centaines, voire plusieurs milliers de sismomètres) et d'années d'enregistrements de bruit sismique, qui attendent d'être utilisés.

Le principe est le suivant (Figure 8) : les ronds représentent des sources de bruit (\circ) qui émettent des signaux aléatoires stationnaires à moyenne nulle avec une densité de puissance spectrale quelconque, on peut même imaginer un bruit blanc. Ces signaux émis en continu se propagent dans le milieu et sont enregistrés par deux capteurs aux points x et y . La Figure 8 (droite) montre les signaux enregistrés en x et en y , on constate que, ayant émis du bruit, on enregistre du bruit.

La question est de savoir si on peut extraire de l'information des enregistrements effectués aux deux points récepteurs, en particulier si on peut estimer la vitesse de propagation des ondes entre x et y . La réponse à cette question passe par le calcul de la corrélation croisée :

$$C_{x,y}^T(t) = \frac{1}{T} \int_0^T u_x(s)u_y(t+s)ds$$

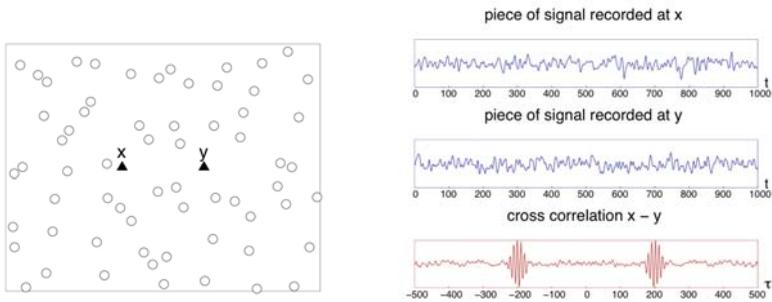


Figure 8 : Corrélation croisée du bruit ambiant : configuration (figure de gauche), signaux enregistrés et corrélation croisée des signaux (figure de droite).

On prend le signal $u_x(s)$ enregistré en x , puis le signal $u_y(s)$ enregistré en y , on décale ce dernier d'un instant t , on fait le produit et on le moyenne sur toute la fenêtre temporelle d'observation. Si on a une grande quantité de bruit, c'est-à-dire un temps d'observation très long, alors on obtient une relation entre cette corrélation croisée et le signal enregistré en x lors de l'expérience par retournement temporel avec point source en y (Figure 7). Comme on l'a indiqué plus haut, il y a une relation entre le signal enregistré lors de l'expérience par retournement temporel et le signal enregistré lors de l'expérience directe avec un point source en y et un point récepteur en x . Par conséquent, il y a une relation entre la fonction de Green enregistrée lors de l'expérience de propagation directe et la corrélation croisée des signaux bruités enregistrés lors de l'expérience avec les sources de bruit stationnaires. Comme on sait que la fonction de Green possède un front, un pic principal, qui donne le temps de trajet, cette relation permet de proposer une méthode d'estimation du temps de trajet entre x et y à partir de la corrélation croisée de signaux bruités. Enfin, si le temps de trajet entre x et y est connu et dans la mesure où la distance entre x et y l'est aussi, on obtient une estimation de la vitesse de propagation des ondes entre x et y en faisant le rapport de la distance sur le temps de trajet.

Dans l'expérience de corrélation croisée (Figure 9), il n'y a pas de miroir à retournement temporel, mais il y a des sources de bruit (les ronds) qui émettent des ondes qui se propagent et que l'on enregistre en x et y . Ensuite, la corrélation croisée des signaux enregistrés est calculée et une relation avec la fonction de Green entre x

et γ apparaît, à une symétrisation près et à une convolution près : en effet, la trace de la densité spectrale des sources demeure. Si les sources émettent un bruit blanc, l'égalité est parfaite, si elles émettent un bruit coloré, c'est-à-dire s'il y a une densité de puissance spectrale non plate, la fonction de Green est filtrée par cette densité de puissance spectrale des sources. Autrement dit, s'il y a un trou dans le spectre du bruit dans une certaine gamme de fréquences, alors il n'est pas possible d'estimer la fonction de Green dans cette gamme de fréquences.

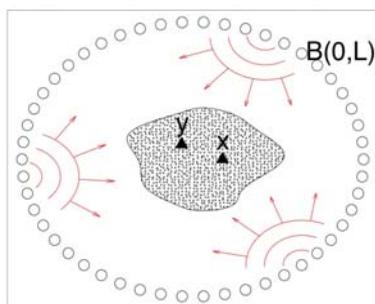


Figure 9 : Corrélacion croisée des signaux de bruit ambiant enregistrés en x et y .

La mise en œuvre de ces idées a pris du temps car il a fallu comprendre les propriétés d'un objet mathématique qui revenait sans cesse : l'opérateur de retournement temporel. Cet opérateur modélise l'expérience de retournement temporel et s'exprime comme le produit de convolution de deux fonctions de Green, dont l'une est retournée temporellement. Cet opérateur intervient aussi dans la modélisation des corrélations croisées de signaux bruités. En effet, une corrélation s'apparente aussi à une convolution avec un retourné temporel. La mise en œuvre de cette technique d'estimation de temps de trajet par calcul des corrélations croisées en sismologie fonctionne remarquablement bien.

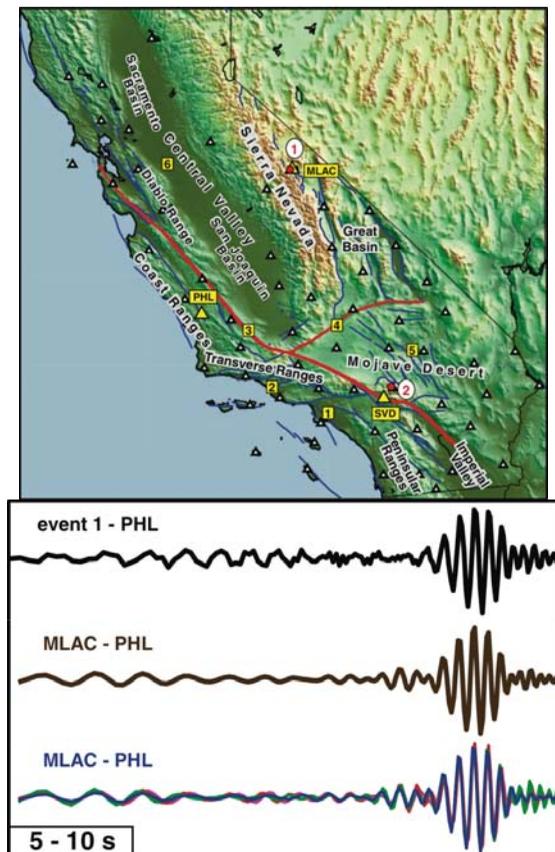


Figure 10 : Comparaison entre fonction de Green et corrélation croisée entre deux capteurs (Shapiro *et al.*, 2005).

La Figure 10 présente les premiers résultats obtenus pour la Californie du Sud (Shapiro *et al.*, 2005). Cette figure compare trois relevés qui se ressemblent, et qui pourtant n'ont pas été acquis de la même façon. Le premier relevé est le signal enregistré au sismomètre PHL issu d'un tremblement de terre qui s'est produit au point 1, le second relevé est la corrélation croisée du bruit sismique enregistré pendant un an par les deux sismomètres MLAC et PHL. En l'occurrence, le point 1 qui est l'épicentre du tremblement de terre correspond presque exactement à l'endroit où se trouve le sismomètre MLAC. Cela a permis aux chercheurs de faire la comparaison

entre le signal direct issu du séisme et la corrélation croisée entre le bruit sismique enregistré par les deux sismomètres MLAC et PHL. On constate une parfaite adéquation. Le troisième relevé montre trois corrélations croisées obtenues avec des enregistrements de quatre mois, et l'on constate que les corrélations croisées sont pratiquement identiques. Le léger décalage montre cependant qu'il faut une grande quantité de bruit pour que la corrélation croisée donne la même chose qu'avec une vraie source sismique active et impulsienne. Cette démonstration est celle que tout le monde attendait : il n'est plus nécessaire d'attendre des tremblements de terre pour faire de l'imagerie sismique, il suffit d'enregistrer en continu le bruit sismique, de considérer les signaux par paires de sismomètres, et de calculer toutes les corrélations croisées⁶.

La Figure 11 présente un réseau de soixante sismomètres, les traits représentent toutes les estimations de temps de trajet obtenues entre toutes les paires de sismomètres. Cela permet d'obtenir des cartes de vitesses de propagation des ondes sismiques qui satisfont les sismologues (Figure 12), qui les trouvent même meilleures que celles qu'ils avaient obtenues avec les enregistrements des signaux issus de tremblements de terre. En effet les signaux des tremblements de terre sont souvent des signaux à hautes fréquences qui ne pénètrent pas très profondément dans la croûte terrestre.

Avant de parler d'autres applications, il faut préciser d'où vient le bruit sismique. Qu'il soit enregistré en Californie du Sud, mais aussi partout à la surface du globe, le bruit sismique dans les composantes basses fréquences (périodes de 1 à 10 secondes) vient de la mer, plus exactement de l'interaction des vagues avec le fond sous-marin. Cela n'a rien d'étonnant en Californie puisque l'on est près de l'Océan, mais l'expérience a été menée un peu partout - dans les Alpes, au Tibet, et même au plus profond du Tibet, le bruit sismique enregistré vient de la mer.

⁶ En fait, le bruit de fond sismique contient surtout des composantes à basses fréquences, alors que les signaux des tremblements de terre contiennent surtout des composantes à hautes fréquences, donc les deux techniques peuvent aussi se compléter.

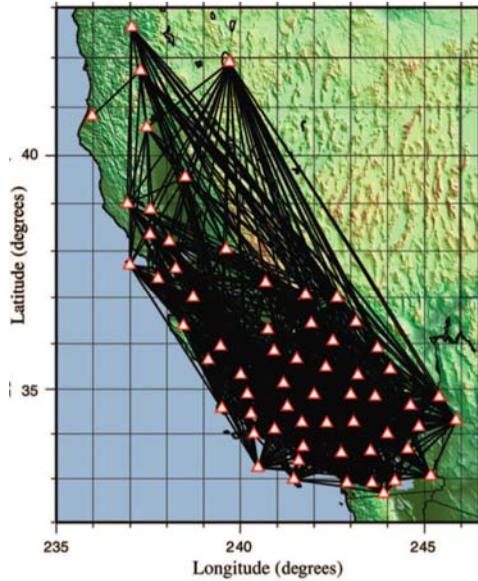


Figure 11 : Estimation du temps de trajet entre paires de capteurs (Shapiro *et al.*, 2005).

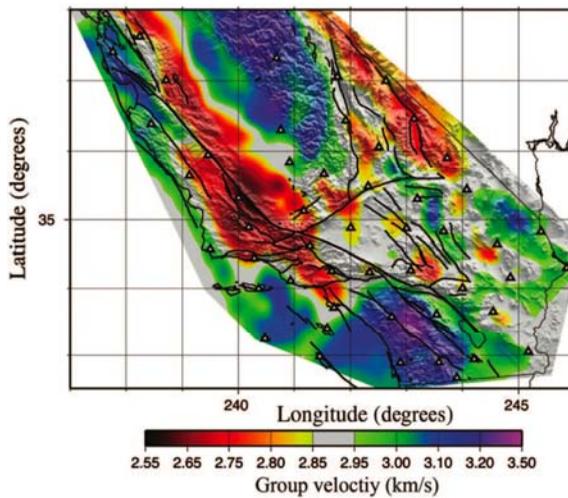


Figure 12 : Estimation de la vitesse du son à partir des estimations des temps de trajet (Shapiro *et al.*, 2005).

Une manifestation étonnante de cette origine du bruit de fond sismique a été observée en Californie en 2005 : on y a observé que l'essentiel du bruit venait toujours de l'ouest, sauf pendant une courte période, où le flux du bruit sismique s'est inversé lorsque le cyclone Katrina est arrivé en Louisiane. Dans la même veine, il existe au Tibet un effet saisonnier entre l'hiver et l'été, avec des périodes où le bruit vient essentiellement de l'océan Indien et d'autres où il vient essentiellement de l'océan Pacifique. Désormais, un grand nombre de chercheurs travaille sur le bruit sismique. Un nouveau monde s'est ouvert, où des réserves de données attendent des scientifiques avides de données que l'on peut utiliser à présent pour faire de l'imagerie⁷.

Ces recherches sont aujourd'hui poursuivies par des sismologues, comme Michel Campillo de l'IST à Grenoble. Les résultats obtenus pour l'imagerie des volcans se sont révélés particulièrement intéressants. Il s'agit d'une imagerie à plus petite échelle, qui utilise du bruit sismique à des fréquences plus élevées. L'avantage en est la rapidité : des cartes peuvent être élaborées en une journée ! Cela a été mis en œuvre sur le Piton de la Fournaise : en faisant de l'imagerie jour après jour, d'abord avec les données des années passées, les sismologues se sont rendus compte qu'ils étaient capables de faire une imagerie tellement précise qu'ils pouvaient voir des fluctuations de moins de un pour mille de la vitesse de propagation des ondes, annonciatrices d'éruption. Ils ont ainsi pu prédire la dernière éruption du Piton de la Fournaise avec trois semaines d'avance (contre 48 h maximum auparavant). Le procédé marche donc à diverses échelles. Cela présente sans doute également un intérêt pour la recherche et la surveillance des gisements de pétrole de gaz ou de stockage de CO₂.

Ces recherches sont aussi poursuivies à un niveau plus théorique, par des mathématiciens. La Figure 13 montre un développement très récent de l'imagerie dans lequel on cherche, non pas à estimer la vitesse du son, mais des réflecteurs, des objets plus ou moins lointains.

⁷ Voir le numéro spécial de *CRAS Geoscience* (2011), Vol. 343, No 8-9.

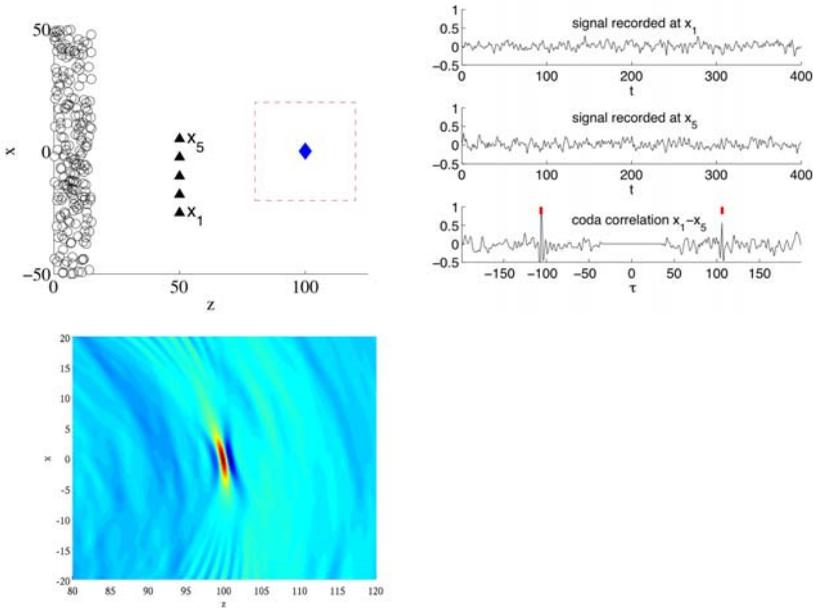


Figure 13 : Imagerie d'un réflecteur avec le bruit ambiant.

Le premier diagramme dans la Figure 13 présente des sources de bruit, cinq capteurs et un réflecteur situé quelque part. La question est de savoir si on peut voir le réflecteur à partir des signaux émis par les sources de bruit et enregistrés par les cinq capteurs. La réponse est oui, grâce à la méthode présentée plus haut. En calculant les corrélations croisées, paire par paires, entre toutes les paires de capteurs, on obtient une matrice de corrélations croisées. L'image obtenue dans la Figure 13 provient de la migration des dix corrélations croisées possibles. Avec des signaux issus de sources de bruit ambiant, on peut obtenir une image et déterminer l'endroit où se trouve le réflecteur. Avec G. Papanicolaou, nous travaillons sur l'imagerie des réflecteurs depuis deux ans environ. Ce n'est pas aussi simple à estimer que les temps de trajet car il faut avoir recours à des techniques de migration un peu complexes à mettre au point sur ce genre de matrices de réponses. Il s'agit encore d'une recherche en cours.

D'autres chercheurs travaillent sur diverses extensions du procédé, y compris dans des domaines inattendus comme la sismologie lunaire. En effet, la NASA

conservait depuis quarante ans des stocks de signaux enregistrés par un réseau de quatre sismomètres qui avait été placé à la surface de la lune pendant la mission Apollo 17. Il a été possible par calcul des corrélations croisées d'extraire de l'information de ces vieux enregistrements (Larose *et al.*, 2005). Le bruit sismique à la surface de la lune vient des contrastes thermiques assez amples qui font craquer les roches, suscitant en permanence un bruit à la surface. Il est aussi possible d'étendre la technique pour l'imagerie de la structure interne du soleil, c'est ce que l'on appelle l'héliosismologie. L'expérience se révèle en fait plus simple sur le soleil que sur la terre. En effet, en raison de sa solidité, la terre n'est pas un milieu où se propagent des ondes acoustiques mais des ondes élastiques, ce qui implique différents modes de propagation et différentes vitesses de propagation. Le soleil étant fluide, il n'y a que des ondes acoustiques, qu'une seule vitesse de propagation. En observant les battements du soleil, par effet Doppler, on connaît mieux aujourd'hui la structure interne du soleil que celle de la terre ; on obtient beaucoup plus de détails, en trois dimensions de surcroît, et non en image simplifiée à symétrie sphérique. Certains appliquent cette technique à d'autres étoiles, ils pratiquent ce qu'ils appellent « l'astérosismologie » et élaborent ainsi une image de la structure interne d'étoiles lointaines.

Avec G. Papanicolaou, nous travaillons désormais sur un nouveau domaine d'imagerie utilisant les ondes : celle qui étudie la propagation des micro-ondes. Il ne s'agit donc plus d'acoustique, nous cherchons à faire de l'imagerie passive, dans la gamme de fréquences autour de deux gigahertz car elle comporte beaucoup de bruit provenant des bornes internet sans fil, des stations de téléphones portables, des téléphones portables qui créent un bain de micro-ondes dans lequel nous sommes en permanence immergés. Nous cherchons à savoir, avec quelques résultats déjà, si l'on pourrait faire par exemple de la géolocalisation, puis de l'imagerie à partir de ce bruit de micro-ondes ambiant. L'utilisation du bruit en imagerie a rendu possible une rupture majeure dont les développements futurs nous surprendront encore.

Références

- Aki, K., et B. Chouet (1975), « Origin of coda waves », *J. Geophys. Res.*, Vol. 81, pp. 3322-3342.
- Fouque, J.-P., J. Garnier, G. Papanicolaou et K. Solna (2007), *Wave Propagation and Time Reversal in Randomly Layered Media*, New York: Springer.
- Garnier, J. et G. Papanicolaou (2009), « Passive sensor imaging using cross correlations of noisy signals in a scattering medium », *SIAM J. Imaging Sciences*, Vol. 2, pp. 396-437.
- Larose, E., A. Khan, Y. Nakamura et M. Campillo (2005), « Lunar subsurface investigated from correlation of seismic noise », *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 32, L16201.
- Shapiro, N., M. Campillo, L. Stehly et M. Ritzwoller (2005), « High-resolution surface-wave tomography from ambient seismic noise », *Science*, Vol. 307, pp. 1615-1618.
- Tourin, A., M. Fink et A. Derode (2000), « Multiple scattering of sound », *Waves Random Media*, Vol.10, pp. R31-R60.